

Série 5

Exercice 1: Tube de Venturi comme débit-mètre

On considère le dispositif expérimental illustré sur la figure 1. Ce dispositif est appelé tube de Venturi. Le fluide considéré est incompressible et sa viscosité est négligeable. On suppose que la vitesse du fluide est constante à travers chaque section perpendiculaire à l'axe du tube (mais varie le long du tube). On pourra faire l'hypothèse que $\rho_0 \ll \rho$.

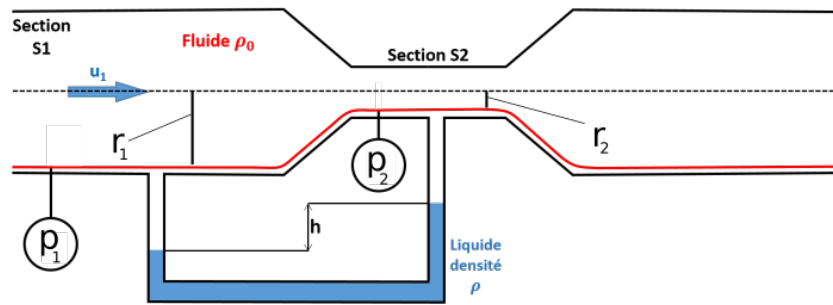


FIGURE 1 – Schéma d'un tube Venturi

- Dans un premier temps, on suppose que l'on pourra négliger, dans l'application de la loi de Bernoulli, la variation de l'énergie potentielle de pesanteur, en la considérant négligeable par rapport aux variations des termes cinétique et de pression. Donnez l'expression de la différence de pression le long de la ligne de courant montrée en rouge sur la figure 1 en fonction de ρ_0 , u_1 , r_1 et r_2 .
- En supposant que les grandeurs ρ , ρ_0 , r_1 et r_2 sont connus, montrer que la mesure de la hauteur h permet d'estimer le flux de masse dans le tube.
- Dans les parties a) et b), on a négligé la variation de l'énergie potentielle de pesanteur dans l'application de la loi de Bernoulli. Montrez que ceci est justifié si u_1 est suffisamment élevée.

Exercice 2: Tube de Pitot

Le tube de Pitot est un instrument qui sert à mesurer la vitesse d'écoulement d'un gaz. Comme illustré sur la figure 2, les lignes de courant (1) et (2) partent de la même région où la pression est p_0 et la vitesse fluide est u_0 . Le dispositif est conçu de sorte que l'écoulement de gaz soit peu modifié aux abords du tube : la pression et la vitesse en (1) sont donc les mêmes qu'en amont du tube ($u_1 = u_0$, $p_1 = p_0$). La densité du gaz est ρ_{gaz} .

- Expliquez le fonctionnement du tube de Pitot.
- En supposant que le gaz est incompressible et non-visqueux et que le liquide du manomètre a une densité $\rho_l \gg \rho_{\text{gaz}}$, calculez u_0 en fonction de h .

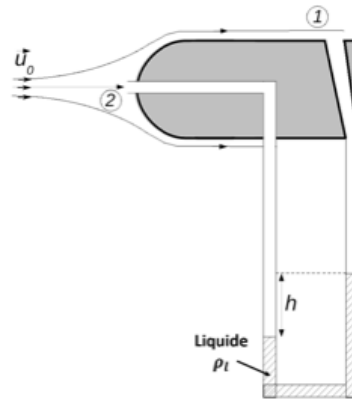


FIGURE 2 – Schéma de principe d'un tube de Pitot

Exercice 3: Fontaine de Torricelli

On considère l'arrangement suivant (figure 2), où l'on suppose que la surface du liquide S_1 dans le bac est beaucoup plus grande que la section S_2 de sortie dans le bas du bac. Le liquide est supposé incompressible.

- Appliquez le Théorème de Bernoulli le long de la ligne de courant pour les points (1) (surface du liquide), (2) (sortie du bas) et (3) (position la plus haute du jet de liquide).
- En déduire la vitesse du fluide au point (2) et la hauteur du point (3) dans la limite $S_1 \gg S_2$ et $\alpha \sim 90$ deg.

Indication : La pression aux points (1), (2) et (3) est égale à la pression atmosphérique

- Combien de temps faudra-t-il pour que le bac soit vidé jusqu'à la hauteur h ?

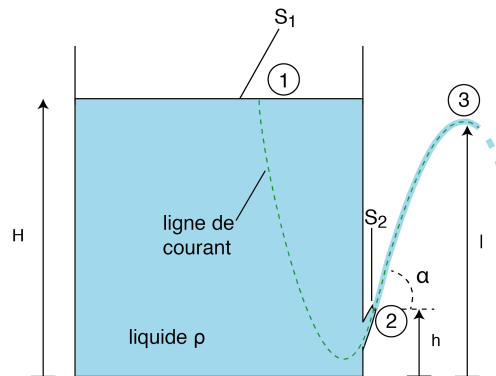


FIGURE 3 – Schéma du dispositif

Exercice 4: Navire à vent sans voile

- (a) A partir de la conservation du flux pour un écoulement stationnaire, expliquez pourquoi la vitesse d'un fluide incompressible est plus élevée lorsque les lignes de flux sont plus serrées.

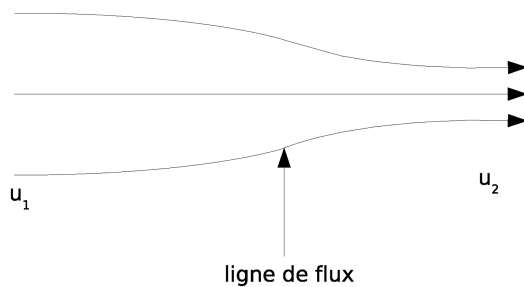


FIGURE 4 – Conservation du flux

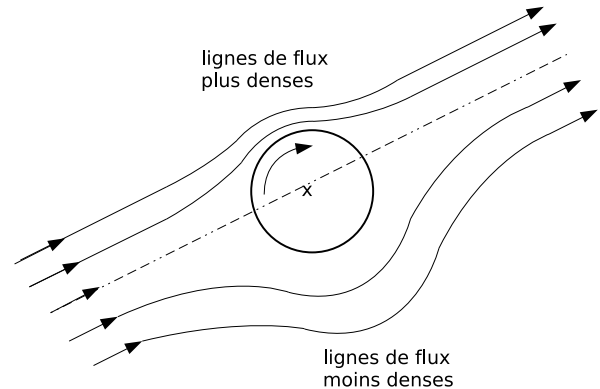


FIGURE 5 – Voile cylindrique

- (b) Certaines navires ont un cylindre tournant à la place des voiles. Lorsque le cylindre est mis en rotation (par un moteur), une force est générée sur le cylindre, ce qui propulse le navire. Les lignes de flux autour de ce cylindre tournant sont décrites dans la figure 5. Qualitativement, montrez dans quelle direction le navire est poussé par le vent.

Exercice 5: Expérience du cours

On considère des colonnes verticales situées sur un tube horizontal dans lequel un fluide incompressible s'écoule de façon stationnaire vers la droite. La vitesse d'entrée à gauche est horizontale et de norme u_0 . Toutes les colonnes verticales sont ouvertes en haut et sujettes à la pression atmosphérique. On néglige les effets capillaires.

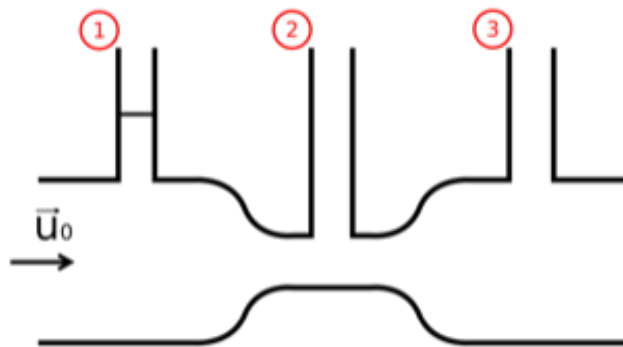


FIGURE 8 – Situation expérimentale

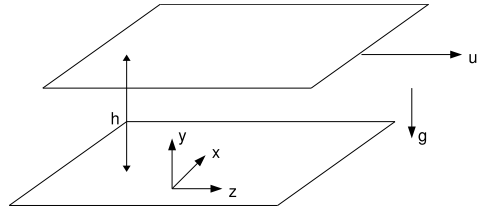
On suppose que le fluide dans la colonne 1 monte toujours à la position indiquée sur la figure 8 et on veut savoir qualitativement (sans calcul) à quelle hauteur le fluide monte dans les colonnes 2 et 3 pour les situations suivantes :

- Dans le cas d'un fluide parfait
- Dans la limite $u_0 \rightarrow 0$
- Dans le cas d'un fluide visqueux

Pour chaque partie, faites un dessin et justifiez votre réponse en quelques mots.

Exercice 6: Ecoulement de Couette

On considère un écoulement visqueux d'un fluide incompressible entre 2 plans. Le fluide est entraîné dans la direction \vec{e}_z par le mouvement de la plaque supérieure qui a une vitesse $\vec{u}_0 = (0, 0, u_0)$. La plaque inférieure est au repos. Il n'y a aucun gradient de pression dans la direction \vec{e}_z . Le fluide est soumis à la gravité $\vec{g} = (0, -g, 0)$. On suppose un écoulement stationnaire avec un champ de vitesse $\vec{u}(\vec{r}, t)$ du fluide de la forme $\vec{u}(\vec{r}, t) = u_z(y)\vec{e}_z$



- (a) Démontrez qu'avec ces hypothèses l'équation de continuité est satisfaite. Quelle est l'équation d'état de ce fluide ?
- (b) Projetez l'équation de Navier-Stokes selon les trois directions.
- (c) Déterminez $u_z(y)$.
- (d) Déterminer la forme $p(x, y, z)$ de la pression, en supposant une pression au point $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ égale à p_0 .
- (e) Avec $u_0 = 1$ m/s, $h = 2$ cm, et une viscosité η du fluide égale à 1.5 Pa.s, déterminer la force par m^2 qu'il faut appliquer à la plaque supérieure pour compenser la force de viscosité. Quelle est la direction de cette force ?

L'écoulement que vous venez d'étudier est appelé écoulement de Couette plan.